

| Subprograme- divizori |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|-----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.                    | <p>Subprogramul <b>DNP I</b> are un singur parametru, <b>n</b>, prin care primește un număr natural (<math>n \in [1, 10^9]</math>), și afișează pe ecran, separați prin câte un spațiu, toți divizorii pozitivi impari ai lui <b>n</b> care <b>NU</b> sunt primi. Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <b>n=90</b>, se afișează pe ecran, nu neapărat în această ordine, numerele<br/>1 9 15 45 (10p.)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| 2.                    | <p>Un număr natural nenul, <b>n</b>, se numește număr <b>abundent</b> dacă <math>S(n) / n &gt; S(k) / k</math>, pentru orice număr natural nenul <b>k</b> (<math>k \leq n-1</math>), unde s-a notat cu <math>S(i)</math> suma divizorilor pozitivi ai numărului natural nenul <b>i</b>. Subprogramul <b>abundent</b> are un singur parametru, <b>n</b>, prin care primește un număr natural (<math>n \in [2, 10^6]</math>). Subprogramul returnează valoarea 1, dacă <b>n</b> este un număr abundent, sau valoarea 0, în caz contrar. Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> pentru <b>n=6</b>, subprogramul returnează valoarea 1 (<math>S(6) / 6 = 2</math>, iar cel mai mare raport obținut pentru valori strict mai mici decât 6 este <math>S(4) / 4 = 1.75</math>), iar pentru <b>n=7</b> sau <b>n=8</b>, subprogramul returnează valoarea 0 (<math>S(7) / 7 = 1.14</math>, <math>S(8) / 8 = 1.87</math>). (10p.)</p> |
| 3.                    | <p>Subprogramul <b>NrImp</b> are trei parametri:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>x</b> și <b>y</b>, prin care primește câte un număr natural (<math>2 \leq x &lt; y \leq 10^9</math>)</li> <li>• <b>nr</b>, prin care furnizează numărul valorilor naturale din intervalul <b>[x, y]</b> cu trei divizori pozitivi impari.</li> </ul> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <b>x=4</b> și <b>y=50</b>, după apel <b>nr=6</b> (pentru valorile 9, 18, 25, 36, 49, 50). (10p.)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| 4.                    | <p>Subprogramul <b>patrate</b> are trei parametri:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>n</b>, prin care primește un număr natural (<math>n \in [2, 10^9]</math>);</li> <li>• <b>x</b> și <b>y</b>, prin care furnizează câte un număr natural cu proprietatea că <math>x^2 \cdot y^2 = n</math> și <math>2 \leq x &lt; y</math> sau valoarea 0, prin fiecare dintre aceștia, dacă nu există două astfel de numere. Dacă sunt mai multe astfel de valori, se furnizează cele corespunzătoare unei valori minime a lui <b>x</b>.</li> </ul> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> pentru <b>n=400</b>, după apel, <b>x=2</b> și <b>y=10</b>, iar pentru <b>n=16</b> sau <b>n=24</b>, după apel, <b>x=0</b> și <b>y=0</b>. (10p.)</p>                                                                                                                                                                         |
| 5.                    | <p>Un număr natural <b>n</b> se numește <b>cub perfect</b> dacă există un număr natural <b>b</b>, astfel încât <math>n = b^3</math>. Subprogramul <b>cuburi</b> are un singur parametru, <b>n</b>, prin care primește un număr natural (<math>n \in [1, 10^3]</math>). Subprogramul afișează pe ecran, separate prin câte un spațiu, în ordine descrescătoare, primele <b>n</b> cuburi perfecte nenule. Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <b>n=5</b> atunci, după apel, se afișează pe ecran numerele<br/>125 64 27 8 1 (10p.)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| 6.                    | <p>Un număr natural nenul se numește <b>p-număr</b> dacă are aceeași paritate cu suma divizorilor săi pozitivi.</p> <p><b>Exemplu:</b> 10 și 25 sunt p-numere (10 are aceeași paritate cu <math>18 = 1 + 2 + 5 + 10</math>, iar 25 are aceeași paritate cu <math>31 = 1 + 5 + 25</math>).</p> <p>Subprogramul <b>kpn</b>, are trei parametri, <b>a</b>, <b>b</b> și <b>k</b>, prin care primește câte un număr natural din intervalul <math>[1, 10^6]</math> (<math>a \leq b</math>). Subprogramul returnează cel de al <b>k</b>-lea p-număr din intervalul <b>[a, b]</b> sau -1, dacă nu există cel puțin <b>k</b> astfel de numere în acest interval. Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <b>a=27</b>, <b>b=50</b> și <b>k=3</b>, atunci subprogramul returnează 34. (10p.)</p>                                                                                                                                  |
| 7.                    | <p>Subprogramul <b>suma</b> are doi parametri, <b>a</b> și <b>b</b>, prin care primește câte un număr natural din intervalul <math>[1, 10^4]</math>. Subprogramul returnează suma divizorilor naturali comuni lui <b>a</b> și <b>b</b>. Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <b>a=20</b> și <b>b=12</b>, atunci subprogramul returnează valoarea 7 (<math>1 + 2 + 4 = 7</math>). (10p.)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |

## Aplicații subprogram-algoritmi de bază

### Variante de BAC 2010-2023

|     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 8.  | <p>Subprogramul <b>MaxImp</b> are doi parametri, <b>a</b> și <b>b</b>, prin care primește câte un număr natural (<math>2 \leq a &lt; b \leq 400</math>). Subprogramul returnează cel mai mare număr natural din intervalul <math>[a, b]</math> pentru care produsul divizorilor săi impari pozitivi este strict mai mare decât el însuși sau 0, dacă nu există niciun astfel de număr. Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <math>a=14</math> și <math>b=19</math>, atunci subprogramul returnează 18 (<math>1 \cdot 3 \cdot 9 = 27 &gt; 18</math>). (10p.)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 9.  | <p>Subprogramul <b>interval</b> are un singur parametru, <b>n</b>, prin care primește un număr natural (<math>n \in [3, 10^6]</math>). Subprogramul returnează cel mai mic număr natural <b>x</b> (<math>n &lt; x</math>) care <b>NU</b> este prim, cu proprietatea că în intervalul <math>[n, x]</math> există un singur număr prim. Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <math>n=8</math>, subprogramul returnează numărul 12. (10p.)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| 10. | <p>Subprogramul <b>DivImpar</b> are doi parametri, <b>a</b> și <b>b</b>, prin care primește două numere naturale din intervalul <math>[1, 10^5]</math>. Subprogramul returnează cel mai mare divizor comun impar al numerelor <b>a</b> și <b>b</b>.</p> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <math>a=30</math> și <math>b=60</math>, subprogramul returnează valoarea 15. (10p.)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 11. | <p>Un număr natural nenul se numește <b>subperfect</b> dacă este strict mai mic decât suma divizorilor săi proprii (divizori naturali diferiți de 1 și de el însuși).</p> <p><b>Exemplu:</b> 12 este număr subperfect pentru că <math>12 &lt; 2+3+4+6</math>.</p> <p>Se consideră subprogramul <b>subperfect</b>, cu doi parametri, <b>a</b> și <b>b</b>, prin care primește câte un număr natural (<math>2 \leq a &lt; b \leq 10^9</math>). Subprogramul afișează pe ecran, separate prin câte un spațiu, în ordine descrescătoare, toate numerele subperfecte din intervalul <math>[a, b]</math>. Dacă în interval nu există astfel de numere, subprogramul afișează pe ecran mesajul <b>nu exista</b>. Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> pentru <math>a=10</math> și <math>b=20</math>, se afișează pe ecran: 20 18 12 (10p.)</p> |
| 12. | <p>Un număr natural nenul se numește <b>perfect</b> dacă este egal cu suma divizorilor săi naturali strict mai mici decât el.</p> <p><b>Exemplu:</b> 28 este număr perfect pentru că <math>28 = 1+2+4+7+14</math>.</p> <p>Se consideră subprogramul <b>perfect</b>, cu doi parametri, <b>a</b> și <b>b</b>, prin care primește câte un număr natural (<math>2 \leq a &lt; b \leq 10^9</math>). Subprogramul afișează pe ecran, separate prin câte un spațiu, în ordine descrescătoare, toate numerele perfecte din intervalul <math>[a, b]</math>. Dacă în interval nu există astfel de numere, subprogramul afișează pe ecran mesajul <b>nu exista</b>. Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> pentru <math>a=5</math> și <math>b=30</math>, se afișează pe ecran: 28 6 (10p.)</p>                                                       |

|                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|--------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 13.                            | <p>Se consideră subprogramul <b>triplete</b>, cu un singur parametru, <b>n</b>, prin care primește o valoare naturală din intervalul <math>[2, 10^4]</math>. Subprogramul afișează pe ecran toate tripletele de numere naturale <math>(x, y, z)</math> cu proprietatea că <math>x &lt; y &lt; z</math> și <math>x \cdot y + y \cdot z = n</math>. Fiecare triplet se afișează pe câte o linie a ecranului, iar numerele din fiecare triplet sunt separate prin câte o virgulă și încadrate între paranteze rotunde, ca în exemplu.</p> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> pentru <math>n=8</math> se afișează pe ecran, nu neapărat în această ordine, tripletele:</p> <p><math>(0, 1, 8)</math><br/> <math>(0, 2, 4)</math><br/> <math>(1, 2, 3)</math></p> <p style="text-align: right;"><b>(10p.)</b></p>                                                                                                                                                                                          |
| <b>Subprograme- parcurgeri</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 14.                            | <p>Subprogramul <b>rest</b> are patru parametri:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>x, y</b> și <b>n</b>, prin care primește câte un număr natural din intervalul <math>[1, 10^6]</math>, <math>x &lt; y &lt; n</math>;</li> <li>• <b>k</b>, prin care furnizează cea mai mare valoare naturală din intervalul <math>[1, n]</math> pentru care atât restul împărțirii la <b>x</b>, cât și restul împărțirii la <b>y</b>, sunt egale cu 2, sau 0 dacă nu există o astfel de valoare.</li> </ul> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> pentru <math>x=10</math>, <math>y=101</math> și <math>n=3000</math>, subprogramul returnează numărul 2022 (pentru numerele 2, 1012 și 2022 atât restul împărțirii la 10, cât și restul împărțirii la 101, este 2).</p> <p style="text-align: right;"><b>(10p.)</b></p>                                                                                                                                                                                 |
| 15.                            | <p>Subprogramul <b>resturi</b> are patru parametri, <b>n, x, y</b> și <b>r</b>, prin care primește câte un număr natural din intervalul <math>[1, 10^9]</math>, <math>r &lt; x &lt; y &lt; n</math>. Subprogramul returnează numărul de valori naturale din intervalul <math>[1, n]</math> pentru care atât restul împărțirii la <b>x</b>, cât și restul împărțirii la <b>y</b>, sunt egale cu <b>r</b>.</p> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> pentru <math>n=200</math>, <math>x=5</math>, <math>y=14</math> și <math>r=2</math>, subprogramul returnează numărul 3 (pentru numerele 2, 72 și 142 atât restul împărțirii la 5, cât și restul împărțirii la 14, este 2).</p> <p style="text-align: right;"><b>(10p.)</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| 16.                            | <p>Subprogramul <b>triplete</b> are trei parametri, <b>a, b</b> și <b>c</b>, prin care primește câte un număr natural din intervalul <math>[0, 10^4]</math> (<math>a &lt; b</math>). Subprogramul afișează pe ecran toate tripletele de numere naturale, <b>x, y</b> și <b>z</b>, soluții ale ecuației <math>x+y+z=c</math>, cu proprietatea că <math>a \leq x \leq y \leq z \leq b</math>. Fiecare triplet afișat este încadrat între acolade, iar numerele <b>x, y</b> și <b>z</b> sunt afișate în această ordine, separate prin câte o virgulă. Dacă nu există niciun triplet cu proprietatea cerută, se afișează mesajul <b>nu exista</b>.</p> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <math>a=2</math>, <math>b=4</math> și <math>c=8</math>, se afișează pe ecran tripletele <math>\{2, 2, 4\}</math> <math>\{2, 3, 3\}</math> iar dacă <math>a=5</math>, <math>b=8</math>, <math>c=8</math> se afișează pe ecran mesajul <b>nu exista</b>.</p> <p style="text-align: right;"><b>(10p.)</b></p> |

## Variante de BAC 2010-2023

|                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 17.                                 | <p>Un interval cu proprietatea că există un singur număr natural, <math>n</math> (<math>2 \leq n</math>), pentru care valoarea produsului <math>1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n</math> aparține acestui interval este numit <b>interval factorial</b> al lui <math>n</math>.</p> <p><b>Exemplu:</b> <math>[5, 8]</math> și <math>[3, 23]</math> sunt intervale factoriale ale lui 3, dar <math>[1, 15]</math> și <math>[7, 10]</math> nu sunt intervale factoriale ale niciunui număr.</p> <p>Se consideră subprogramul <b>interval</b>, cu trei parametri:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>n</math>, prin care primește un număr natural din intervalul <math>[2, 10]</math>.</li> <li>• <math>a</math> și <math>b</math>, prin care furnizează câte un număr natural, astfel încât expresia <math>b-a</math> să aibă valoare maximă, iar <math>[a, b]</math> să fie interval factorial al lui <math>n</math>.</li> </ul> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <math>n=3</math>, după apel <math>a=3</math> și <math>b=23</math>. (10p.)</p> |
| <b>Subprograme- extragere cifre</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| 18.                                 | <p>Subprogramul <b>DoiTrei</b> are un parametru, <math>n</math>, prin care primește un număr natural (<math>n \in [0, 10^9]</math>). Subprogramul returnează valoarea 1 dacă toate cifrele lui <math>n</math> sunt din mulțimea <math>\{2, 3\}</math> sau valoarea 0 în caz contrar. Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <math>n=22323</math> sau <math>n=3</math>, atunci subprogramul returnează 1, iar dacă <math>n=2023</math> atunci subprogramul returnează 0. (10p.)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| 19.                                 | <p>Subprogramul <b>schimb</b> are trei parametri:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>n</math> și <math>x</math>, prin care primește câte un număr natural (<math>n \in [0, 10^8]</math>, <math>x \in [1, 9]</math>);</li> <li>• <math>p</math>, prin care primește un număr natural reprezentând poziția unei cifre a numărului <math>n</math> (<math>0 \leq p</math>). Pozițiile cifrelor sunt numerotate de la dreapta la stânga, astfel: cifra unităților este pe poziția 0, cifra zecilor este pe poziția 1 ș.a.m.d.</li> </ul> <p>Subprogramul transformă numărul <math>n</math>, înlocuind cifra de pe poziția <math>p</math> cu cifra <math>x</math>, și furnizează numărul obținut tot prin parametrul <math>n</math>. Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <math>n=12587</math>, <math>x=6</math> și <math>p=3</math>, după apel, <math>n=16587</math>. (10p.)</p>                                                                                                                                                                               |
| 20.                                 | <p>Subprogramul <b>secventa</b> are un singur parametru, <math>n</math>, prin care primește un număr natural (<math>n \in [10, 10^9]</math>) în care nu există secvențe de mai mult de două cifre identice aflate pe poziții consecutive. Subprogramul înlocuiește în <math>n</math> fiecare secvență 22 cu câte o secvență 20 și furnizează, prin același parametru, numărul obținut. Dacă nu se înlocuiește nicio secvență, subprogramul furnizează numărul nemodificat.</p> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <math>n=202233228</math>, după apel <math>n=202033208</math>. (10p.)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| 21.                                 | <p>Două numere se numesc <b>oglundite</b> dacă fiecare se obține din celălalt, prin parcurgerea cifrelor acestuia de la dreapta la stânga. Două numere se numesc <b>impar-oglundite</b> dacă numerele obținute din acestea, prin îndepărtarea tuturor cifrelor lor pare, sunt oglindite.</p> <p>Subprogramul <b>imog</b> are trei parametri:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>x</math> și <math>y</math>, prin care primește câte un număr natural din intervalul <math>[0, 10^9]</math>;</li> <li>• <math>rez</math>, prin care furnizează valoarea 1 dacă <math>x</math> și <math>y</math> sunt impar-oglundite sau valoarea 0 în caz contrar.</li> </ul> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <math>x=523</math> și <math>y=84356</math>, după apel <math>rez=1</math>, iar dacă <math>x=523</math> și <math>y=84536</math> sau <math>x=523</math> și <math>y=84576</math> sau <math>x=40</math> și <math>y=86</math>, după apel <math>rez=0</math>. (10p.)</p>                                                                                   |
| 22.                                 | <p>Subprogramul <b>duplicare</b> are doi parametri:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>n</math>, prin care primește un număr natural (<math>n \in [1, 10^4]</math>);</li> <li>• <math>d</math>, prin care furnizează numărul obținut prin duplicarea fiecărei cifre impare a lui <math>n</math> sau -1 dacă acesta nu are nicio cifră impară.</li> </ul> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <math>n=2019</math>, după apel <math>d=201199</math>. (10p.)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |

## Aplicații subprogram-algoritmi de bază

### Variante de BAC 2010-2023

|     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 23. | <p>Subprogramul <b>Impare</b> are un singur parametru, <math>n</math>, prin care primește un număr natural (<math>n \in [1, 10^9]</math>), cu cel puțin o cifră impară. Subprogramul înlocuiește fiecare cifră impară a lui <math>n</math> cu cea mai mare cifră pară strict mai mică decât ea (astfel cifra 1 se înlocuiește cu cifra 0, cifra 3 cu cifra 2 etc.) și furnizează numărul obținut tot prin parametrul <math>n</math>. Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <math>n=235690</math>, atunci, după apel, <math>n=224680</math>, iar dacă <math>n=15690</math>, atunci, după apel, <math>n=4680</math>. (10p.)</p>                                                                                                                                                      |
| 24. | <p>Subprogramul <b>Egal</b> are un parametru, <math>n</math>, prin care primește un număr natural cu cel puțin o cifră impară (<math>n \in [10, 10^9]</math>). Subprogramul returnează valoarea 1 dacă toate cifrele impare ale lui <math>n</math> sunt egale între ele sau valoarea 0 în caz contrar. Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <math>n=7727470</math> sau <math>n=7240</math> atunci subprogramul returnează 1, iar dacă <math>n=7921470</math> atunci subprogramul returnează 0. (10p.)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| 25. | <p>Subprogramul <b>inserare</b> are un singur parametru, <math>n</math>, prin care primește un număr natural (<math>n \in [10, 10^5]</math>). Subprogramul furnizează prin același parametru numărul obținut din <math>n</math> prin inserarea, între oricare două cifre alăturate ale sale, a valorii absolute a diferenței acestora. Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <math>n=7255</math>, atunci, după apel, <math>n=7523505</math>. (10p.)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 26. | <p>Un număr natural este numit <b>echilibrat</b> dacă suma cifrelor sale de pe poziții pare este un număr par, iar suma cifrelor sale de pe poziții impare este un număr impar. Pozițiile cifrelor sunt numerotate de la dreapta la stânga, astfel: cifra unităților este pe poziția 0, cifra zecilor este pe poziția 1 ș.a.m.d.</p> <p>Subprogramul <b>echilibrat</b> are un singur parametru, <math>n</math>, prin care primește un număr natural (<math>n \in [10, 10^9]</math>). Subprogramul returnează valoarea 1 dacă <math>n</math> este echilibrat sau valoarea 0 în caz contrar.</p> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <math>n=25163912</math>, subprogramul returnează valoarea 1, iar dacă <math>n=11211</math>, subprogramul returnează valoarea 0. (10p.)</p> |
| 27. | <p>Subprogramul <b>duplicare</b> are un singur parametru, <math>n</math>, prin care primește un număr natural (<math>n \in [1, 10^4]</math>). Subprogramul furnizează, prin același parametru, numărul obținut din <math>n</math> prin inserarea, după fiecare cifră pară din scrierea lui, a unei cifre egale cu jumătate din aceasta.</p> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <math>n=2380</math> după apel, <math>n=2138400</math>, iar dacă <math>n=35</math> după apel, <math>n=35</math>. (10p.)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| 28. | <p>Subprogramul <b>identice</b> are doi parametri, <math>a</math> și <math>b</math>, prin care primește câte un număr natural (<math>10 \leq a \leq b \leq 10^6</math>). Subprogramul afișează pe ecran toate numerele naturale din intervalul <math>[a, b]</math> care au toate cifrele identice. Numerele afișate sunt separate prin câte un spațiu, iar dacă nu există astfel de numere, se afișează pe ecran mesajul <b>nu exista</b>.</p> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> pentru <math>a=700</math> și <math>b=1500</math> se afișează pe ecran<br/>777 888 999 1111. (10p.)</p>                                                                                                                                                                                          |

|                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|---------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 29.                                               | <p>Subprogramul <b>duplicare</b> are doi parametri:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>n</b>, prin care primește un număr natural (<math>n \in [1, 10^4]</math>);</li> <li>• <b>d</b>, prin care furnizează numărul obținut prin duplicarea fiecărei cifre pare a lui <b>n</b> sau -1 dacă acesta nu are nicio cifră pară.</li> </ul> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.<br/><b>Exemplu:</b> dacă <b>n=2380</b>, după apel <b>d=2238800</b>. (10p.)</p>                                                                                                                                                                    |
| 30.                                               | <p>Subprogramul <b>cifreImpare</b> are un singur parametru, <b>n</b>, prin care primește un număr natural cu toate cifrele nenule (<math>n \in [1, 10^9]</math>). Subprogramul returnează numărul obținut prin eliminarea tuturor cifrelor impare din <b>n</b>, respectiv -1 dacă nu există astfel de cifre sau dacă toate cifrele lui <b>n</b> sunt impare.</p> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.<br/><b>Exemplu:</b> dacă <b>n=23541</b> subprogramul returnează <b>24</b>, iar dacă <b>n=28</b> subprogramul returnează -1. (10p.)</p>                                                                                              |
| 31.                                               | <p>Subprogramul <b>NrPrime</b> are un singur parametru, <b>n</b>, prin care primește un număr natural (<math>n \in [0, 10^9]</math>). Subprogramul returnează numărul de cifre prime ale lui <b>n</b>.</p> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.<br/><b>Exemplu:</b> dacă <b>n=1233405</b>, atunci subprogramul returnează valoarea <b>4</b>. (10p.)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| 32.                                               | <p>Subprogramul <b>Cifre</b> are un singur parametru, <b>n</b>, prin care primește un număr natural (<math>n \in [0, 10^9]</math>). Subprogramul afișează pe ecran toate cifrele distincte care apar în scrierea lui <b>n</b>, separate prin câte un spațiu.</p> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.<br/><b>Exemplu:</b> dacă <b>n=24207</b>, se afișează cifrele <b>0 2 4 7</b>, nu neapărat în această ordine. (10p.)</p>                                                                                                                                                                                                              |
| <b>Subprograme- descompunere în factori primi</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| 33.                                               | <p>Subprogramul <b>Putere</b> are trei parametri:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>n</b>, prin care primește un număr natural (<math>n \in [2, 10^9]</math>);</li> <li>• <b>x</b> și <b>p</b>, prin care furnizează două numere naturale cu proprietatea că <math>n=x^p</math>, iar <b>x</b> este cel mai mic număr cu această proprietate.</li> </ul> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.<br/><b>Exemplu:</b> dacă <b>n=16</b> atunci, după apel, <b>x=2</b> și <b>p=4</b>, dacă <b>n=216</b> atunci, după apel, <b>x=6</b> și <b>p=3</b>, iar dacă <b>n=12</b> atunci, după apel, <b>x=12</b> și <b>p=1</b>. (10p.)</p> |
| 34.                                               | <p>Subprogramul <b>divPrim</b> are doi parametri:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>n</b>, prin care primește un număr natural (<math>n \in [2, 10^9]</math>);</li> <li>• <b>s</b>, prin care furnizează suma divizorilor primi ai lui <b>n</b> care apar la o putere impară în descompunerea în factori primi a acestuia.</li> </ul> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.<br/><b>Exemple:</b> pentru <b>n=360</b>, după apel <b>s=7</b> (<math>360=2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1</math>, deci <b>s=2+5</b>), iar pentru <b>n=16</b>, după apel <b>s=0</b>. (10p.)</p>                                                            |
| 35.                                               | <p>Subprogramul <b>putere</b> are un parametru, <b>n</b>, prin care primește un număr natural (<math>n \in [2, 10^9]</math>). Subprogramul returnează numărul prim care apare la puterea cea mai mică în descompunerea în factori primi a lui <b>n</b>. Dacă sunt mai multe astfel de numere, se returnează cel mai mic dintre acestea.</p> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.<br/><b>Exemplu:</b> dacă <b>n=880</b>, subprogramul returnează numărul <b>5</b> (<math>880=2^4 \cdot 5 \cdot 11</math>). (10p.)</p>                                                                                                                      |

## Aplicații subprogram-algoritmi de bază

### Variante de BAC 2010-2023

|                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 36.                          | <p>Subprogramul <b>prime</b> are trei parametri:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>n</b>, prin care primește un număr natural (<math>n \in [4, 10^9]</math>);</li> <li>• <b>x</b> și <b>y</b>, prin care furnizează cele mai mari două numere prime din intervalul <math>[1, n]</math>, <math>x &lt; y</math>.</li> </ul> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.<br/><b>Exemplu:</b> dacă <math>n=49</math>, în urma apelului <math>x=43</math>, <math>y=47</math>. (10p.)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| 37.                          | <p>Subprogramul <b>multiplu</b> are un singur parametru, <b>n</b>, prin care primește un număr natural (<math>n \in [1, 10^4]</math>). Subprogramul returnează cel mai mic multiplu nenul al lui <b>n</b> cu proprietatea că este pătrat perfect. Scrieți definiția completă a subprogramului.<br/><b>Exemplu:</b> dacă <math>n=72</math> sau <math>n=144</math>, subprogramul returnează numărul <b>144</b> (<math>144=12^2</math>). (10p.)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| 38.                          | <p>Subprogramul <b>minDivPrim</b> are un singur parametru, <b>n</b>, prin care primește un număr natural (<math>n \in [2, 10^9]</math>). Subprogramul returnează cel mai mic număr natural care are aceiași divizori primi ca <b>n</b>.<br/>Scrieți definiția completă a subprogramului.<br/><b>Exemplu:</b> dacă <math>n=75</math>, subprogramul returnează numărul <b>15</b>, iar dacă <math>n=7</math>, subprogramul returnează numărul <b>7</b>. (10p.)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| <b>Subprograme - vectori</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 39.                          | <p>Se consideră subprogramul <b>valuri</b>, cu doi parametri:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>n</b>, prin care primește o valoare naturală <math>2 &lt; n &lt; 50</math>;</li> <li>• <b>v</b>, prin care furnizează un tablou unidimensional cu <math>2 \cdot n</math> elemente, valori întregi din intervalul <math>[1, 2 \cdot n]</math>.</li> </ul> <p>Subprogramul construiește tabloul <b>v</b> astfel încât, în acesta, șirul elementelor impare să fie strict crescător, iar șirul elementelor pare să fie strict descrescător. Primul element al tabloului este impar, iar două elemente cu aceeași paritate nu pot ocupa poziții consecutive în tablou, ca în exemplu.<br/>Scrieți definiția completă a subprogramului.<br/><b>Exemplu:</b> dacă <math>n=4</math> atunci, după apel, <math>v = (1, 8, 3, 6, 5, 4, 7, 2)</math>. (10p.)</p>                            |
| 40.                          | <p>Se consideră subprogramul <b>sub</b>, cu trei parametri:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>n</b>, prin care primește un număr natural (<math>2 &lt; n &lt; 50</math>);</li> <li>• <b>v</b>, prin care primește un tablou unidimensional cu <b>n</b> elemente, numere naturale cu cel mult 4 cifre;</li> <li>• <b>k</b>, prin care primește un număr natural (<math>1 &lt; k \leq n</math>).</li> </ul> <p>Subprogramul returnează suma primelor <b>k</b> elemente cu valoare impară ale tabloului. Dacă nu există <b>k</b> elemente impare în tablou, subprogramul returnează valoarea -1.<br/>Scrieți definiția completă a subprogramului.<br/><b>Exemplu:</b> dacă <math>n=8</math>, <math>v = (2, \underline{7}, 6, 8, \underline{3}, \underline{7}, 5, 1)</math>, <math>k=3</math>, atunci subprogramul returnează valoarea <b>17</b> (<math>7+3+7=17</math>). (10p.)</p> |

|     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 41. | <p>Se consideră subprogramul <b>dublu</b>, cu doi parametri:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>n</b>, prin care primește o valoare naturală <math>2 &lt; n &lt; 50</math>;</li> <li>• <b>v</b>, prin care primește un tablou unidimensional cu <b>n</b> elemente, numere întregi cu cel mult 4 cifre. Cel puțin unul dintre elementele tabloului este strict pozitiv.</li> </ul> <p>După fiecare element strict pozitiv din tablou, subprogramul inserează câte un nou element, cu aceeași valoare, ca în exemplu. Tabloul modificat, precum și valoarea actualizată a lui <b>n</b>, sunt furnizate tot prin parametrii <b>v</b>, respectiv <b>n</b>.</p> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <math>n=6</math> și <math>v=(4, -5, 0, 9, 9, -2)</math>, atunci după apel <math>n=9</math>, iar <math>v=(4, 4, -5, 0, 9, 9, 9, 9, -2)</math>.</p> <p style="text-align: right;"><b>(10p.)</b></p>                             |
| 42. | <p>Se consideră subprogramul <b>zero</b>, cu doi parametri:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>n</b>, prin care primește o valoare naturală <math>2 &lt; n &lt; 50</math>;</li> <li>• <b>v</b>, prin care primește un tablou unidimensional cu <math>2 \cdot n</math> elemente, numere naturale cu cel mult 4 cifre. Numărul de elemente pare este egal cu numărul de elemente impare.</li> </ul> <p>Elementele au indici de la 1 la <math>2 \cdot n</math>.</p> <p>Subprogramul modifică tabloul astfel încât elementele impare să aibă indici impari, iar elementele pare să aibă indici pari. Tabloul modificat este furnizat tot prin parametrul <b>v</b>.</p> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <math>n=5</math> și <math>v=(4, 5, 0, 9, 10, 7, 15, 3, 8, 10)</math>, atunci după apel o soluție posibilă este: <math>v=(5, 4, 9, 0, 15, 10, 7, 8, 3, 10)</math>.</p> <p style="text-align: right;"><b>(10p.)</b></p> |
| 43. | <p>Subprogramul <b>inserare</b> are doi parametri:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <b>n</b>, prin care primește un număr natural (<math>2 \leq n \leq 20</math>);</li> <li>▪ <b>a</b>, prin care primește un tablou unidimensional care memorează un șir de <b>n</b> numere naturale, fiecare cu cel mult 4 cifre. Cel puțin un element al tabloului este număr par.</li> </ul> <p>Subprogramul modifică tabloul astfel încât după fiecare termen par al șirului inserează valoarea 2011 și furnizează, tot prin parametrii <b>n</b> și <b>a</b>, valorile actualizate ale datelor primite.</p> <p>Scrieți în limbajul C/C++ definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <math>n=7</math> și <math>a=(1, 4, 5, 3, 82, 6, 2)</math> atunci, după apel, <math>n=11</math> și <math>a=(1, 4, 2011, 5, 3, 82, 2011, 6, 2011, 2, 2011)</math>.</p> <p style="text-align: right;"><b>(10p.)</b></p>                                                   |
| 44. | <p>Subprogramul <b>inter</b> are patru parametri:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>na, nb</b> prin care primește câte un număr natural (<math>0 &lt; na &lt; 100, 0 &lt; nb &lt; 100</math>);</li> <li>• <b>a, b</b> prin care primește câte un tablou unidimensional care memorează câte o mulțime de <b>na</b>, respectiv <b>nb</b> numere naturale, fiecare având cel mult patru cifre.</li> </ul> <p>Subprogramul returnează numărul de elemente aparținând intersecției celor două mulțimi menționate.</p> <p>Scrieți în limbajul C/C++ definiția completă a subprogramului <b>inter</b>.</p> <p><b>Exemplu:</b> pentru <math>na=4, a=(35, 149, 72, 3798)</math>, <math>nb=5, b=(72, 151, 149, 9, 623)</math>, în urma apelului, subprogramul returnează valoarea 2.</p> <p style="text-align: right;"><b>(10p.)</b></p>                                                                                                                                      |

|                                |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|--------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 45.                            | <p>Subprogramul <code>tablou</code> are trei parametri:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ <math>n</math> și <math>k</math>, prin care primește câte un număr natural (<math>3 \leq n \leq 20</math>, <math>2 \leq k \leq 10</math>);</li> <li>▪ <math>a</math>, prin care furnizează un tablou unidimensional care memorează un șir crescător de <math>n \cdot k</math> termeni, din mulțimea primelor <math>n</math> numere naturale nenule, fiecare astfel de număr fiind în șir de exact <math>k</math> ori.</li> </ul> <p>Scrieți în limbajul C/C++ definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <math>n=4</math>, <math>k=3</math> atunci, după apel, <math>a=(1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4)</math>. (10p.)</p>                                                                                                                                  |
| 46.                            | <p>Se consideră șirul <math>s</math>, construit după regula</p> $s_n = \begin{cases} 1 & \text{dacă } n \leq 2 \\ 3 \cdot s_{n-1} - s_{n-2} & \text{dacă } n > 3 \end{cases}$ <p>alăturată.</p> <p>Subprogramul <code>sir</code> primește prin parametrul <math>n</math> un număr natural (<math>3 &lt; n &lt; 20</math>) și furnizează prin parametrul <math>a</math> un tablou unidimensional care memorează primii <math>n</math> termeni ai șirului <math>s</math>, definit după regula de mai sus, astfel încât numerele impare să ocupe primele poziții în tablou, iar cele pare să fie memorate în continuarea celor impare.</p> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului <code>sir</code>.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <math>n=6</math>, primii șase termeni ai șirului sunt 1, 1, 2, 5, 13, 34, iar, după apel, tabloul construit poate fi (1, 1, 5, 13, 2, 34). (10p.)</p> |
| <b>Subprograme - Fibonacci</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| 47.                            | <p>Șirul lui Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...) se definește astfel:</p> <p><math>f_1=1</math>, <math>f_2=1</math> și <math>f_i=f_{i-1}+f_{i-2}</math> pentru orice număr natural <math>i</math>, <math>i \geq 3</math>.</p> <p>Subprogramul <code>Fibo</code> are un singur parametru, <math>n</math>, prin care primește un număr natural (<math>n \in [1, 30]</math>). Subprogramul returnează al <math>n</math>-lea termen impar al șirului lui Fibonacci.</p> <p>Scrieți definiția completă a subprogramului.</p> <p><b>Exemplu:</b> dacă <math>n=6</math>, subprogramul returnează numărul 21. (10p.)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                     |